PROTAT

MATHÉMATIQUES - LEÇONS

QUATRIÈME (2019-2020)

Table des matières

NOMBRES ET CALCULS

UNITÉ A - DIFFÉRENTES ÉCRITURES D'UN NOMBRE

I. PUISSANCES DE 10

1) DÉFINITION

Définition : puissances de 10 d'exposant positif

On appelle puissances de 10 les produits composés de plusieurs facteurs 10.

Le nombre de facteurs du produit est appelé l'exposant de la puissance de 10.

On note : $10^n = 10 \times ... \times 10$ où n est un entier supérieur ou égal à 2
et le facteur 10 apparaît à n reprises.

Dans ce cas, n est l'exposant de la puissance de 10.

Convention : $10^0 = 1$ et $10^1 = 10$

Exemples :

- Déterminer la valeur décimale des puissances de 10 suivantes.

  $10^5 =$

  $10^2 =$

  $10^6 =$

  $3^{10} =$

- Déterminer l'écriture en puissance de 10 des nombres suivants.

  $10 =$

  $1\,000 =$

  $1\,000\,000 =$

  $10\,000 =$

  $200 =$

Définition : puissances de 10 d'exposant négatif

Pour n tout entier positif, on note : $\boxed{10^{-n}=\frac{1}{10^n}}$

Exemples :

- Déterminer la valeur décimale des puissances de 10 suivantes.

$10^{-5}=$ $10^{-3}=$

$10^{-1}=$ $10^{-6}=$

- Déterminer l'écriture en puissance de 10 des nombres suivants.

$\frac{1}{100}=$ $\frac{1}{100\,000}=$

$0{,}0001=$ $0{,}00000001=$

Remarque :

Les puissances de 10 ont une écriture décimale composée d'un chiffre 1 et de chiffres 0 :

- Si le chiffre 1 est dans la partie décimale, l'exposant de la puissance de 10 est négatif ;
- Si le chiffre est dans la partie entière, l'exposant de la puissance de 10 est positif.

Tableau de passage des valeurs décimales aux puissances de 10 à connaître ♥ :

Puissance de 10	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}
Valeur décimale	0,000000001	0,000001	0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	1 000 000	1 000 000 000

Remarque :

Pour reconnaître comment passer directement d'une écriture à l'autre, on peut utiliser ce tableau .

Position du chiffre1 dans l'écriture décimale	Milliard	Million	Millier	Centaine	Dizaine	Unité	Dixième	Centième	Millième	Million-nième	Milliar-dième
Exposant de la puissance de 10	+ 9	+ 6	+ 3	+ 2	+ 1	0	- 1	- 2	- 3	- 6	- 9

Application : écriture de très grands ou très petits nombres avec les puissances de 10.

- $45\ 000 = 45 \times 10^{3} = 4,5 \times 10^{4}$
- $131\ 000 = 131 \times 10^{3} = 1,31 \times 10^{5}$
- $121 = 121 \times 10^{0} = 1,21 \times 10^{2}$
- $15\ 070\ 000 = 1\ 057 \times 10^{4} = 1,057 \times 10^{7}$
- $0,00301 = 301 \times 10^{-5} = 3,01 \times 10^{-3}$
- $0,12 = 12 \times 10^{-2} = 1,2 \times 10^{-1}$
- $0,003 = 3 \times 10^{-3}$
- $0,000000045 = 45 \times 10^{-9} = 4,5 \times 10^{-8}$

2) UTILISATION DES PUISSANCES DE 10

- Notation scientifique :

Défintion : Notation scientifique

Un nombre est écrit en notation scientifique s'il est sous la forme :

$a \times 10^n$ Où n est un entier

et $1 \leq a < 10$

Exemples : les nombres suivants sont écrits en notation scientifique

$4{,}5 \times 10^4$; $1{,}31 \times 10^5$; $1{,}057 \times 10^7$; $3{,}01 \times 10^{-3}$; 3×10^{-3} ; $7{,}9 \times 10^0$

Contre-exemples : Les nombres suivants ne sont pas en notation scientifique

45×10^3 ; $0{,}9 \times 10^4$; $2{,}01$

- Préfixes :

Il existe une équivalence entre les préfixes des unités de mesure et les puissances de 10.

Téra	Giga	Méga	kilo	hecto	déca		déci	centi	milli	micro	nano	pico
(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)		(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)	(.....)
10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}

Application :

Convertir dans l'unité de mesure demandée (en utilisant les puissances de 10)

- 56 dam = ... m
- 12 To = ... o
- 7,5 µg = ... g
- 136 km = ... m
- 89 pm = ... m
- 45 ns = ... s

Convertir dans l'unité de mesure adéquate

- 18×10^3 m = ...
- 156×10^6 o = ...
- 8×10^{-9} s = ...
- $4{,}5 \times 10^5$ s = ...
- 32×10^{-4} g = ...
- 3×10^4 L = ...

3) PROPRIÉTÉS DE CALCUL

Propriétés : soient n, p des entiers

- $10^n \times 10^p = 10^{(n + p)}$
- $\dfrac{10^n}{10^p} = 10^{(n - p)}$
- $\left(10^n\right)^p = 10^{(n \times p)}$

Exemples : calculer rapidement les opérations suivantes (à l'aide de la propriété).

- $10^8 \times 10^7 =$ ....
- $10^4 \times 10^{-6} =$ ....
- $\dfrac{10^5}{10^3} =$ ....
- $\dfrac{10^{-7}}{10^{-11}} =$ ....
- $\left(10^4\right)^3 =$ ....
- $\left(10^5\right)^{-6} =$ ....
- $2{,}5 \times 10^{-5} \times 3 \times 10^3 =$ ....

UNITÉ B - OPÉRATIONS

I. RAPPELS

<u>ADDITION</u> :

- Pour additionner deux nombres relatifs de même signe :
  - on garde le signe ;
  - on ajoute les distances à zéro.

5,2 + 3,4 = 8,6 (positif + positif = positif)

- 7,8 + (- 5,4) = (- 13,2) (négatif + négatif = négatif)

- Pour additionner deux nombres relatifs de signes contraires :
  - on choisit le signe de la plus grande distance à zéro ;
  - on calcule l'écart entre les distances à zéro.

- 13,8 + 9,5 = (- 4,3)

->signe négatif car 13,8 > 9,5 et on calcule la différence entre 9,5 et 13,8.

- 5,7 + 12,4 = 6,7

->signe positif car 12,4 > 5,7 et on calcule la différence entre 5,7 et 12,4.

<u>SOUSTRACTION</u> :

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

- Lorsqu'on soustrait un nombre positif, on considère qu'on ajoute un nombre négatif.

5,9 – 8,7 = 5,9 + (- 8,7) = (- 2,8)

- Pour soustraire un nombre négatif, on ajoute sa distance à zéro.

-14,9 - (- 4,5) = -14,9 + 4,5 = -10,4

MULTIPLICATION :

- Règles des signes
  - négatif × positif = négatif
  - négatif × négatif = positif
  - positif × positif = positif
  - positif × négatif = négatif

- Pour multiplier deux nombres relatifs :
  - on choisit le signe avec la règle des signes ;
  - on calcule le produit des distances à zéro.

7 × (- 4) = (- 28) positif × négatif = négatif

(- 8) × (- 9) = 72 *négatif × négatif = positif*

PRODUIT DE PLUS DE DEUX FACTEURS :

- si le nombre de facteurs négatifs est pair, le résultat est positif.
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair, le résultat est négatif.

- 7 × 4 × (- 6) × 3 × (- 1) est négatif

II. QUOTIENTS DE NOMBRES RELATIFS

Effectuer une division équivaut à chercher par quel facteur multiplier le diviseur pour obtenir le dividende.

$a : b = \boldsymbol{c} \Leftrightarrow b \times \boldsymbol{c} = a$ (où a, b et c sont des nombres relatifs non nuls)

Raisonnement sur les signes :

Quotient	Produit à trou	Signe de c	Règle des signes
$18 : (-3) = \boldsymbol{c}$	$(-3) \times \boldsymbol{c} = 18$	négatif	positif : négatif = négatif
$(-45) : (-9) = \boldsymbol{c}$	$(-9) \times \boldsymbol{c} = (-45)$	positif	négatif : négatif = positif
$36 : 4 = \boldsymbol{c}$	$4 \times \boldsymbol{c} = 36$	positif	positif : positif = positif
$(-56) : 7 = \boldsymbol{c}$	$7 \times \boldsymbol{c} = (-56)$	négatif	négatif : positif = négatif

On remarque que la règle des signes est la même que celle des produits. Il ne reste qu'à calculer les quotients des distances à zéro.

Propriété :

- Pour calculer le quotient de deux nombres relatifs :
  - on choisit le signe avec la règle des signes ;
  - on calcule le quotient des distances à zéro.

Exemples :

- $18 : (-3) = (-6)$ résultat **négatif**, puis on calcule $18:3=\mathbf{6}$.
- $(-45) : (-9) = 5$ résultat **positif**, puis on calcule $45:9=\mathbf{5}$.
- $(-30) : 7 = \left(-\frac{30}{7}\right) \simeq (-4{,}2857)$ résultat **négatif**, puis on calcule $30:7=\frac{\mathbf{30}}{\mathbf{7}} \simeq \mathbf{4{,}2857}$.

Remarque :

On détermine le signe avec certitude grâce à la règle des signes mais si le résultat n'est pas un nombre décimal, il doit être exprimé soit sous **forme fractionnaire**, soit sous **forme approchée**.

III. ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

Propriété :

Pour additionner deux fractions de même dénominateur :

- on additionne les numérateurs ;
- on garde le même dénominateur.

Remarque : si les fractions n'ont pas le même dénominateur, on utilise des écritures de ces fractions ayant le même dénominateur.

Exemples :

- $\frac{78}{15} - \frac{108}{15} = -\frac{30}{15}$

  -> même dénominateur : pas de problème.

- $\frac{13}{4} - \frac{17}{10} = \frac{65}{20} - \frac{34}{20} = \frac{31}{20}$

  -> dénominateurs différents :

  on cherche un multiple commun à 4 et 10 -> 20 (car 4 × 5 = 20 et 10 × 2 = 20)

  donc $\frac{13}{4} = \frac{13\times5}{4\times5}$ et $\frac{17}{10} = \frac{17\times2}{10\times2}$

- $\frac{5}{9} + \frac{13}{7}$

  -> dénominateurs différents

  on cherche un multiple commun à 9 et 7 -> 63 (car 9 × 7 = 63)

  donc $\frac{5}{9} = \frac{5\times7}{9\times7}$ et $\frac{13}{7} = \frac{13\times9}{7\times9}$

IV. PRODUITS ET QUOTIENTS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

1. PRODUITS DE FRACTIONS

Propriété :

Pour déterminer le produit de deux fractions

- on multiplie les numérateurs entre eux ;
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

Langage algébrique : soient a, b, c et d des nombres relatifs non nuls

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemples :

- $\frac{4}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{4 \times 5}{3 \times 7} = \frac{20}{21}$
- $\frac{1}{3} \times \frac{8}{11} = \frac{1 \times 8}{3 \times 11} = \frac{8}{33}$
- $\frac{4}{5} \times 7 = \frac{4}{5} \times \frac{7}{1} = \frac{4 \times 7}{5 \times 1} = \frac{28}{5}$
- $\frac{24}{9} \times \frac{21}{16} = \frac{24 \times 21}{9 \times 16} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{8} \times \cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times \cancel{8} \times 2} = \frac{7}{2}$

2. QUOTIENT DE FRACTIONS

A) INVERSE

Définition :

L'inverse d'un nombre relatif non nul a (noté $\boxed{a^{-1}}$) est le nombre relatif non nul b tel que

$$\boxed{a \times b = 1}$$

Exemple : inverse d'un nombre entier

L'inverse de 5 est 0,2 car $5 \times 0{,}2 = 1$

On a par définition :

$$\boxed{5 \times 5^{-1} = 1}$$

Inverse de 5

d'où : $5^{-1} = 0{,}2 = \dfrac{1}{5}$

Remarque : une autre écriture de a^{-1} est donc $\dfrac{1}{a}$.

Exemple : inverse d'un nombre en écriture fractionnaire

L'inverse de $\dfrac{5}{4}$ est 0,8 car $\dfrac{5}{4} \times 0{,}8 = 1$

En effet, par définition :

$$\boxed{\frac{5}{4} \times \left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = 1}$$

Inverse de 5 / 4

donc :

$$\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = 0{,}8 = \frac{4}{5}$$

Remarque : d'autres écritures de $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1}$ sont $\dfrac{1}{\left(\dfrac{a}{b}\right)}$ ou $\dfrac{b}{a}$.

B) QUOTIENT

> Propriété :
>
> Diviser par une fraction revient à multiplier par l'inverse de cette fraction.

Exemples :

- $$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{4 \times 5} = \frac{24}{20}$$
- $$\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{9} : \frac{3}{1} = \frac{7}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{27}$$

Remarque : On peut simplifier certains calculs avant de déterminer le résultat.

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 8}{4 \times 5} = \frac{3 \times 2 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times 5} = \frac{6}{5}$$

UNITÉ C - ARITHMÉTIQUE

I. DIVISEUR ET MULTIPLE

Soient a et b des nombres entiers.

> Définition :
>
> a est un diviseur de b si le reste de la division euclidienne de a par b est nul.
>
> Dans ce cas, b est un multiple de a .

II. CRITÈRES DE DIVISIBILITÉ PAR 2, 3, 4, 5, 8, 9.

2 : un nombre est divisible par 2 lorsque le chiffre des unités est : 0, 2, 4, 6 ou 8

exemples : 13 57<u>4</u> ; 279 83<u>6</u>

5 : un nombre est divisible par 5 lorsque le chiffre des unités est : 0 ou 5

exemples : 3 57<u>0</u> ; 14 23<u>5</u>

10 : un nombre est divisible par 10 lorsque le chiffre des unités est : 0

exemples : 12<u>0</u> ; 13 00<u>0</u>

4 : un nombre est divisible par 4 lorsque le nombre constitué du chiffre des dizaines et du chiffre des unités est un multiple de 4 : 00, 04, 08, 12,............80, 84, 88, 92, 96

exemples : 1<u>48</u> ; 57 3<u>76</u>

3 : un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 3

exemples : 741 (7+4+1 = 12) ; 8 433 (8+4+3+3 = 18)

9 : un nombre est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un nombre multiple de 9

exemple : 12 345 678 (1+2+3+4+5+6+7+8 = **36)**

UNITÉ D - CALCUL LITTÉRAL

I. EXPRESSIONS MATHÉMATIQUES ÉGALES

Définition :

Une expression mathématique peut être :

- une expression numérique, constituée de nombres et symboles mathématiques (× - + : = < > etc) ;
- une expression littérale, constituée de lettres, nombres et symboles mathématiques.

Remarque :

On utilise les expressions numériques pour effectuer un calcul par exemple.

Les expressions littérales permettent de généraliser un programme de calcul pour raisonner.

Exemples :

- 3 × (-8) + 7 est une expression numérique
- $\pi \times r^2$ est une expression littérale (π désigne un nombre non décimal et r est un nombre quelconque dépendant de la situation)

Définition :

Deux expressions sont égales si elles ont la même valeur.

Exemples :

(a) $3\times(-2)+7=6-2{,}5\times2$ est une égalité vraie. En effet :

- $3\times(-2)+7=-6+7=1$
- $6-2{,}5\times2=6-5=1$

(b) $1-4\times x=0$

- est une égalité fausse pour $x=2$ car $1-4\times2=-7\neq0$
- est vraie pour $x=0{,}25$ car $1-4\times0{,}25=0$

Remarque :

On comprend donc que le symbole = n'est pas un symbole de ponctuation qui sert à séparer les étapes d'un raisonnement : ce symbole relie forcément deux expressions de **même valeur** !

II. DÉVELOPPEMENT ET RÉDUCTION

A) DÉFINITIONS

Notation : Afin d'alléger l'écriture des expressions littérales, le symbole du produit n'est pas toujours noté s'il est avant une lettre ou une parenthèse.

Exemples :

- $3\times x$ se note $\boxed{3x}$ et $x\times x$ se note $\boxed{x^2}$.
- $5\times(4\times y+7)$ se note $\boxed{5(4y+7)}$

Attention : le symbole × ne peut pas être toujours supprimé !

4×5 $(7t-8)\times 9$ $x\times 48$

Définition :

- Une expression littérale est écrite sous forme développée si elle est écrite sous la forme d'une somme (ou différence).
- Une expression littérale est écrite sous forme factorisée si elle est écrite sous la forme d'un produit.

Exemple : attention à la priorité des calculs !

- $A=3x+5-4x+8$ **est sous forme développée** :

  c'est une somme dont les termes sont $3x$; 5 ; $-4x$; 8 .

- $B=9\times(4x+3)$ **est sous forme factorisée** :

  c'est un produit dont les facteurs sont 9 et $(4x+3)$.

Définition :

Un expressions est écrite sous <u>forme réduite</u> si elle est écrite sous la forme d'une somme comportant un minimum de termes.

<u>Exemple</u> : Réduire l'expression suivante.

$C = -7 \times x + 3 - 8x - 11 \times 2x$

$C = -7x + 3 - 8x - 22x$ on calcule les produits de nombres, on simplifie les notations.

$C = -7x - 8x - 22x + 3$ on regroupe les termes de même nature : x ; valeurs...

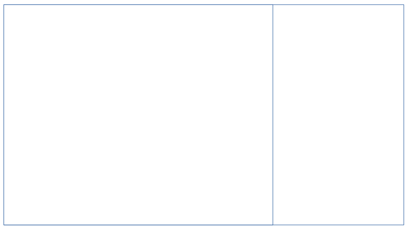
$C = -37x + 3$ on calcule les sommes de termes de même nature.

<u>Attention</u> :

On ne peut pas additionner deux termes de natures différentes ! (x et x² ; x et y ; x et valeur...)

B) DISTRIBUTIVITÉ

Pour calculer l'aire de ce rectangle : deux solutions !



$Aire\,rectangle = \; Longueur \times largeur$
$Aire\,rectangle = \; (2+4) \; \times \; 5$

$Aire\,rectangle = \; Aire_{gauche} \; + \; Aire_{droite}$
$Aire\,rectangle = \; 2 \times 5 \; + \; 4 \times 5$

Ces deux calculs sont égaux : $(2+4) \; \times \; 5 = 2 \times 5 \; + \; 4 \times 5$

Forme factorisée

Forme développée

Cette propriété d'égalité d'expressions mathématiques s'appelle la distributivité.

Propriété : Distributivité

Soients a, b, c des nombres relatifs quelconques. Alors l'égalité suivante est vraie.

$$(a+b) \; \times \; c \; = \; a \times c \; + \; b \times c$$

Exemples 1 : Utiliser la distributivité pour développer les expressions suivantes (les réduire ensuite).

- $5 \; \times \; (110+2) = \; ...... \; \times \; ...... \; + \; ...... \; \times \; ......$
  $= \; .... \; + \; ....$
  $= \; ....$
- $(25+3) \; \times \; (-4) = \; ...... \; \times \; ...... \; + \; ...... \; \times \; ......$
  $= \; .... \; + \; ....$
  $= \; ....$
- $7 \; \times \; (8+x) = \; ...... \; \times \; ...... \; + \; ...... \; \times \; ......$
  $= \; .... \; + \; ....$
- $(30-y) \; \times \; (-5) = \; ...... \; \times \; ...... \; - \; ...... \; \times \; ......$
  $= \; .... \; - \; ....$
- $x \times (3x-8) = \; ...... \; \times \; ...... \; - \; ...... \; \times \; ......$
  $= \; .... \; - \; ....$

Remarque : pour factoriser une expression, il faut déterminer un diviseur commun aux différents termes de l'expression !

Exemples 2 : Factoriser les expressions suivantes.

- $3 \times 23 + 3 \times 37 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

- $5\,x + 15 = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times (\ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots)$

- $28 - 4x = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots$
  $= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \times (\ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots)$

Remarque :

- Dans les expressions numériques, on choisira la forme qui permet d'effectuer les calculs le plus simplement ;
- Dans les expressions littérales, on choisira la forme qui permet de raisonner de la manière la plus efficace.

Applications :

Paul a un terrain rectangulaire de 20 mètres de large et de 50 m de long. Il souhaite acheter le terrain adjacent dans la largeur pour obtenir un jardin de 1200 m². Quelle longueur de terrain doit-il acheter ?

Appelons x la longueur de terrain à acheter.

$$Largeur \times longueur = 1200$$
$$20 \times (50+x) = 1200$$
$$50+x = 60$$
$$\underline{x = 10}$$

->Il suffit qu'il achète 10 m de terrain.

Je prends un nombre, je lui ajoute 2. Je prends le triple du résultat et je soustrais 7.

Simplifier ce programme de calcul.

Appelons y le nombre de départ.

J'ajoute 2 : $y+2$

Je prends le triple du résultat : $3\times(y+2)$

Je soustrais 7 : $3\times(y+2)-7$

Cette expression traduit le programme de calcul en expression littérale mais elle peut être développée et réduite.

$$3\times(y+2)-7=3\times y+3\times 2-7$$
$$3\times(y+2)-7=3y+6-7$$
$$3\times(y+2)-7=\underline{3y-1}$$

->Je prends un nombre, je le triple et je retire 1.

III. ADDITIONS ET SOUSTRACTIONS DE PARENTHÈSES

Propriété :

- Dans le cas de l'addition, ajouter une parenthèse revient à ajouter chacun de ses termes.

  Soient a, b et c des nombres relatifs : $a + (b + c) = a + b + c$

- Soustraire une parenthèse revient à ajouter l'opposé de chacun de ses termes.

  Soient a, b et c des nombres relatifs : $a - (b + c) = a - b - c$

Démonstration :

$a - (b + c) = a + (-b - c) = a - b - c$

Remarque :

Dans ce cas, il n'y a pas de produit, on n'est pas dans une situation de distributivité !

Exemples : développer les expressions suivantes.

- $$\begin{aligned} A &= 7x + (4 + 5x) \\ &= 7x + 4 + 5x \\ &= 12x + 4 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} B &= 8x - (9x + 3) \\ &= 8x - 9x - 3 \\ &= -x - 3 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned} C &= (6x - 2) + (9x + 5) \\ &= 6x - 2 + 9x + 5 \\ &= 15x + 3 \end{aligned}$$

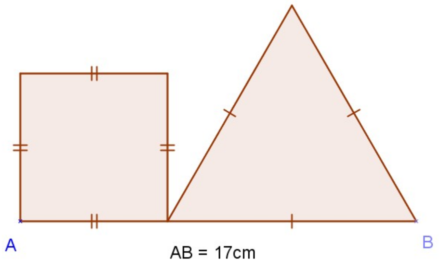
- $$\begin{aligned} D &= (-2x + 1) - (-4 + x) \\ &= -2x + 1 + 4 - x \\ &= -3x + 5 \end{aligned}$$

IV. EQUATIONS : MISE EN ÉQUATION ET SOLUTIONS

1) MISE EN ÉQUATION DE PROBLÈMES

Mettre en équation un problème revient à écrire une **égalité** entre deux expressions littérales (membre de gauche et membre de droite) qui traduit ce problème.
La donnée recherchée est alors appelée l'inconnue de l'équation.

- ***Problème :***



Calculer pour quelle longueur du côté du carré on obtient la condition suivante : Le périmètre du triangle équilatéral est égal au périmètre du carré.

Inconnue de l'équation : c (longueur du côté du carré)

Équation :

$$\underbrace{c \times 4}_{\text{Périmètre du carré}} = \underbrace{(17 - c)}_{\text{Longueur d'un côté du triangle}} \times \underbrace{3}_{\text{Le triangle a trois côtés}}$$

2) RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS

A) SOLUTIONS D'UNE ÉQUATION

Définition :

Résoudre une équation, c'est trouver pour quelle(s) valeur(s) de l'inconnue l'égalité est vraie.

Ces valeurs sont appelées les solutions de l'équation.

Exemple : $3 \times x \quad = \quad 10 + x$

Peut-on dire que 5 est une solution de cette équation ?

On remarque que :

- d'une part, $3 \times 5 = \underline{15}$ (valeur du membre de gauche si x = 5)
- d'autre part, $10 + 5 = \underline{15}$ (valeur du membre de droite si x = 5)

Donc 5 est une solution de l'équation $3 \times x = 10 + x$.

B) PROPRIÉTÉS DE RÉSOLUTION

P1 : une égalité est conservée si on ajoute à chacun de ses membres un même nombre.

On utilise P1 pour faire disparaître une soustraction :

On ajoute 25 au membre de gauche

On ajoute 25 au membre de droite

$$x - 25 = 12$$
$$x - \cancel{25} + \cancel{25} = 12 + 25$$
$$x = 37$$

la solution de cette équation est $x=37$

P2 : une égalité est conservée si on soustrait à chacun de ses membres un même nombre.

On utilise P2 pour faire disparaître une addition :

On soustrait 3,2 au membre de gauche

On soustrait 3,2 au membre de droite

$$x + 3{,}2 = 4{,}5$$
$$x + \cancel{3{,}2} - \cancel{3{,}2} = 4{,}5 - 3{,}2$$
$$x = 1{,}3$$

la solution de cette équation est $x=1{,}3$

P3 : une égalité est conservée si on multiplie chacun de ses membres par un même nombre.

On utilise P3 pour faire disparaître un quotient :

On multiplie par 6 le membre de gauche

On multiplie par 6 le membre de droite

$$\frac{x}{6} = 13$$

$$\frac{x}{\cancel{6}} \times \cancel{6} = 13 \times 6$$

$$x = 78$$

la solution de cette équation est $x=78$

Remarque : si on multiplie chacun des membres par 0, on perd l'équation car on obtient 0=0, ce qui ne donne pas d'information sur x. **Donc, on ne multiplie jamais par 0 !**

P4 : une égalité est conservée si on divise chacun de ses membres un même nombre non nul.

On utilise P4 pour faire disparaître un produit :

On divise par 7 le membre de gauche

On divise par 7 le membre de droite

$$7\ x = 15$$

$$\frac{\cancel{7} \times x}{\cancel{7}} = \frac{15}{7}$$

$$x = \frac{15}{7}$$

la solution de cette équation est $x=\frac{15}{7}$

Remarques :

- Soustraire un nombre, c'est comme ajouter son opposé

On <u>soustrait (-5)</u> au membre de gauche, c'est à dire on <u>ajoute 5</u>

$$-3 = -5 + x$$

$$-3 + 5 = -5 + x + 5$$

On <u>soustrait (-5)</u> au membre de droite, c'est à dire on <u>ajoute 5</u>

$$2 = x$$

la solution de cette équation est $x=2$

- Diviser par un nombre, c'est comme multiplier par son inverse

On <u>divise par 11/3</u> le membre de gauche, c'est à dire on <u>le multiplie par 3/11</u>

$$\frac{11}{3} x = 7$$

$$\frac{\cancel{11}}{\cancel{3}} x \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{11}} = 7 \times \frac{3}{11}$$

On <u>divise par 11/3</u> le membre de droite, c'est à dire on <u>le multiplie par 3/11</u>

$$x = \frac{21}{11}$$

la solution de cette équation est $x=\frac{21}{11}$

ORGANISATION DE DONNÉES, FONCTIONS

UNITÉ E - STATISTIQUES

I. VOCABULAIRE

Pour étudier une série de données statistiques, on utilise un vocabulaire spécifique :

Exemple 1 :

Un pêcheur a mesuré la taille des poissons d'une même espèce remontés dans son filet. Voici ses mesures (en cm) :

9 – 13 – 11 – 10 – 12 – 13 – 14 – 14 – 10 – 14 – 14 – 10 – 14 – 12 – 15 – 15 – 12 – 15 – 15 – 13 – 15 – 15 – 13 – 13 - 15

Population :

....

....

Caractère :

....

....

Valeurs du caractère :

....

....

Effectif total :

....

....

Effectif d'une valeur :

....

....

Exemple 2 :

Dans une classe de 4eme, le professeur a noté les différents sports pratiqués par ses élèves (chaque élève pratique un sport exactement).

sport	*foot*	*dans*	*roller*	*judo*	*gym*	*volley*
Nombre d'élèves	*6*	*5*	*5*	*4*	*2*	*4*

Population :

....

....

Caractère :

....

....

Valeurs du caractère :

....

....

Effectif total :

....

....

Effectif d'une valeur :

....

....

Définition :

L'effectif total de la série statistique est le nombre total de données.

L'effectif d'une valeur est le nombre de données qui ont cette valeur.

II. ORGANISATION DE DONNÉES STATISTIQUES

1. TABLEAUX

Définition :

On appelle tableau d'effectifs un tableau qui regroupe les données par valeur du caractère étudié et qui indique l'effectif de chaque valeur. *(comme dans l'exemple 2)*

2. CLASSES

Définition :

Si les données d'un caractère quantitatif sont nombreuses, on les regroupe en classes :

l'amplitude d'une classe est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur de la classe.

Exemple 3 :

On demande à des élèves de 4ème combien de SMS ils envoient par jour.

On regroupe les données dans des classes d'amplitude 30.

classe

Nombre *n* de SMS	$0 \leqslant n < 30$	$30 \leqslant n < 60$	$60 \leqslant n < 90$	$90 \leqslant n < 120$	$120 \leqslant n < 150$
effectif	2	6	10	5	1

-> on lit que 6 élèves envoient entre 30 et 59 SMS par jour.

III. FRÉQUENCE D'UNE VALEUR

Définition :

La fréquence d'une valeur est le quotient : $\dfrac{\textit{effectif de la valeur}}{\textit{effectif total}}$

Exemple 1 :

Un pêcheur a mesuré la taille des poissons d'une même espèce remontés dans son filet.

Voici ses mesures (en cm) :

9 – 13 – 11 – 10 – 12 – 13 – 14 – 14 – 10 – 14 – 14 – 10 – 14 – 12 – 15 – 15 – 12 – 15 – 15 – 13 – 15 – 15 – 13 – 13 - 15

Fréquences :

....

....

....

....

....

Exemple 2 :

Dans une classe de 5eme, le professeur a noté les différents sports pratiqués par ses élèves (chaque élève pratique un sport exactement).

sport	*foot*	*danse*	*roller*	*judo*	*gym*	*volley*
Nombre d'élèves	*6*	*5*	*5*	*4*	*2*	*4*

Fréquences :

....

....

....

....

....

Remarque :

- une fréquence est un nombre compris entre 0 et 1.
- la somme des fréquences de toutes les valeurs d'une série statistique est égale à 1.
- une fréquence peut être exprimée en écriture décimale, fractionnaire ou sous la forme d'un pourcentage.

IV. MOYENNE

Définition :

La moyenne d'une série statistique de données numériques est le quotient de la somme des valeurs par l'effectif total.

Pour une série { $a_1 ; a_2 ; a_3 ; ... ; a_n$ } on a $Moyenne = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n}{effectif\ total}$

Application :

Calculer la moyenne de la série : {5,1 ; 3,4 ; 5,1 ; 9,8 ; 3,7 ; 7,5}

$$Moyenne = \frac{5{,}1 + 3{,}4 + 5{,}1 + 9{,}8 + 3{,}7 + 7{,}5}{6}$$

Remarque : si une valeur se répète plusieurs fois dans la série, il faut la compter autant de fois qu'elle apparaît !

On aurait aussi pu calculer : $Moyenne = \frac{5{,}1 \times 2 + 3{,}4 + 9{,}8 + 3{,}7 + 7{,}5}{6}$

Exemples :

Jour	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	samedi
Recette	189	347	253	325	458

Exemple 1 :

....

....

....

....

....

....

Age	12 ans	13 ans	14 ans	15 ans
Effectif	3	9	11	1

Exemple 2 :

....

....

....

....

....

....

....

V. MÉDIANE ET ÉTENDUE D'UNE SÉRIE STATISTIQUE

Définition :

Soit une série statistique dont les données numériques sont triées en ordre croissant ou décroissant.

On appelle <u>médiane</u> de la série un nombre qui partage la série en deux groupes de même effectif :

- un groupe regroupe les valeurs inférieures ou égales à cette médiane,
- un groupe regroupe les valeurs supérieures ou égales à cette médiane.

Exemple 1 : cas où l'effectif total est impair.	**Exemple 2 : cas où l'effectif total est pair.**
Déterminer la médiane de la série {253 ; 458 ; 347; 325 ; 189}	Déterminer la médiane de la série : {13 ; 12 ; 15 ; 15 ; 12 ; 13; 12 ; 15 ; 15 ; 12} ....

<u>Remarque</u> : dans une série dont l'effectif total est pair, si la médiane est comprise entre deux valeurs différentes, on prend une valeur intermédiaire.

{13 ; 12 ; 15 ; 15 ; 12 ;14 ; 12 ; 15 ; 15 ; 12}

On classe les données dans l'ordre croissant : $12 \leq 12 \leq 12 \leq 12 \leq 13 \leq 14 \leq 15 \leq 15 \leq 15 \leq 15$

Une médiane possible est 13,5
car 13<13,5<14

Exemple : avec un tableau d'effectifs.

Un collège a organisé une course d'endurance. Voici les distances parcourues par les participants :

Distance (km)	1	2	3	4	5	6
Effectif	32	115	192	221	85	23

- Pour déterminer la médiane, on cherche l'effectif total : 32+115+192+221+85+23 = 668
- 668 : 2 = 334, on réunit les valeurs en deux groupes de 334 données.
- 32 + 115 + 192 = 339, donc la médiane se situe dans la troisième colonne : la médiane est égale à 3km.

Cela signifie qu'il y a autant d'élèves qui ont parcouru 3km ou moins qu'il y a d'élèves qui ont parcouru 3km ou plus.

Définition :

L'étendue d'une série est la différence entre la plus petite et la plus grande valeur de cette série.

Exemples :

Dans la série {253 ; 458 ; 347; 325 ; 189}, l'étendue est 458 – 189 = 269

UNITÉ F - PROBABILITÉS

I. DÉFINITIONS

Définition :

Une expérience est dite aléatoire si son résultat est déterminé par le hasard, et ne peut donc pas être prévu.

Les différents résultats de cette expérience sont appelés les issues.

Exemples :

- on lance une pièce et on observe le côté obtenu, c'est une expérience aléatoire.
  Les deux issues sont : pile ou face.
- On fait rouler un dé à 6 faces, c'est une expérience aléatoire.
  Les six issues sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6.
- On ouvre un robinet, ce n'est pas une expérience aléatoire : l'eau va couler !

Définition :

On appelle événement un résultat composé d'une ou plusieurs issues.

Exemples :

- Dans un jeu de 52 cartes, on tire une carte.
  - "tirer un trèfle" est un évènement, il est réalisé par 13 issues (de l'as au roi de trèfle).
  - "tirer un 5" est un autre évènement : il est réalisé par 4 issues (le 5 de coeur, trèfle, pique ou carreau)
- Dans une urne, on a mis 4 boules vertes et 7 boules rouges.
  - "Sortir une boule verte" est un évènement réalisé par une issue (quelque soit la boule verte obtenue).

Définition :

Un évènement est certain si on est sûr qu'il sera réalisé.

Un évènement est impossible s'il ne peut pas être réalisé.

Exemples : dans un lancer de dé équilibré,

- l'évènement "obtenir une face dont la valeur est inférieure à 10" est certain.
  (toutes les issues sont inférieures à 10 : {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 })

- l'évènement "obtenir une face dont la valeur est supérieure à 10" est impossible.

II. PROBABILITÉ

1) FRÉQUENCE

Définition :

Lorsqu'une expérience aléatoire est répétée un grand nombre de fois, la fréquence de réalisation d'une issue se stabilise autour d'une valeur appelée probabilité.

Exemple :

- **Soit l'évènement A : "obtenir 4 dans un lancer de dé"**

  Il y a une chance sur six pour obtenir cette issue.

  On note $p(A)=\frac{1}{6}\simeq 0{,}1667\simeq 17\ \%$

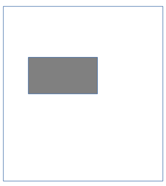
- **Soit l'évènement B : "tirer une boule verte" dans une urne contenant 5 boules bleues, 4 boules vertes et 2 boules rouges.**

  Il y a 4 boules vertes dans une urne comprenant 11 boules au total.

  On note $p(B)=\frac{4}{11}\simeq 0{,}3636\simeq 36\ \%$

- **Dans le carré suivant, je jette un dé au hasard.**

  J'observe l'évènement C : "le dé s'immobilise dans la partie foncée du plateau carré".



Aire carré = 8 × 8 = 64 unités d'aire

Aire rectangle = 2 × 3,5 = 7 unités d'aire

$p(C)=\frac{7}{64}=0{,}109375\simeq 11\ \%$

Remarque : comme une probabilité est une fréquence on en déduit que

- une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.
- elle peut s'exprimer par une fraction, un nombre décimal ou un pourcentage.

Propriétés :

La probabilité d'un évènement certain est égale à 1 (c'est-à-dire 100%).

La probabilité d'un évènement impossible est égale à 0.

La probabilité d'un évènement est la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Exemple :

Soit A : " obtenir un nombre inférieur à 3" en lançant un dé. A est réalisé par les issues {1 ; 2 }.

$$p(A) = p(1) + p(2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} \quad \left(=\frac{1}{3}\right)$$

2) ÉVÈNEMENT INCOMPATIBLES

A) DÉFINITION

Définition :

On dit que deux évènements sont incompatibles s'ils n'ont pas d'issues en commun.

Exemple :

Dans un tirage de cartes,

les évènement A : "tirer un carreau" et B: "tirer une carte noire" sont incompatibles.

B) PROBABILITÉ

Propriété :

Soit C un évènement constitué des évènements incompatibles A et B alors :

$$p(C)=p(A)+p(B)$$

Soit l'évènement C : "tirer un carreau, un pique ou un trèfle".

$$p(C) = p(\text{tirer un carreau}) + p(\text{tirer une carte noire}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

3) <u>ÉVÈNEMENTS CONTRAIRES</u>

A) <u>DÉFINITON</u>

Définition :

On dit qu'un évènement est l'évènement <u>contraire</u> de l'évènement A s'il est constitué de l'ensemble de toutes les issues qui ne réalisent pas l'évènement A. On le note "non A".

Exemple :

Soit l'èvenement D : " tirer un coeur",

c'est l'évènement contraire de l'évènement C : "tirer pique,trèfle ou carreau".

B) <u>PROBABILITÉ</u>

Propriété :

Soit A un évènement : $p(non\ A)=1-p(A)$

Exemple :

$$p(\text{tirer un coeur}) = 1 - p(\text{tirer un pique, carreau ou trèfle}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

UNITÉ G - PROPORTIONNALITÉ

I. PRODUITS EN CROIX

Définition : produit en croix

Soient a, b, c et d des nombres relatifs les expressions suivantes sont équivalentes :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \Leftrightarrow \quad a \times d = c \times b$$

Propriété : quatrième proportionnelle (ou règle de trois)

Soient a, b, c trois nombres relatifs non nuls $\frac{a}{b} = \frac{c}{?} \quad \Leftrightarrow \quad ? = \frac{b \times c}{a}$

Démonstration : montrons que $\frac{a}{b} = \frac{c}{?} \quad \Leftrightarrow \quad ? = \frac{b \times c}{a}$

On sait que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{?} \quad \Leftrightarrow \quad a \times ? = b \times c$

On en déduit que : $\Leftrightarrow \quad ? = \frac{b \times c}{a}$

Applications :

1. Sur les proportions en écriture fractionnaire :

a) On peut ainsi vérifier si deux fractions sont égales (définition)

L'égalité $\frac{4}{14} = \frac{10}{35}$ *est-elle vraie ?*

On calcule : d'une part : $4 \times 35 = 140$
d'une part : $14 \times 140 = 140$

Les produits en croix sont égaux donc l'égalité $\frac{4}{14} = \frac{10}{35}$ *est vraie.*

b) On peut aussi compléter une égalité de fractions (propriété)

Pour quelle valeur de l'inconnue a-t-on égalité des fractions : $\frac{10}{15} = \frac{6}{?}$

On calcule : $\frac{15 \times 6}{10} = 9$

On en déduit que $\frac{10}{15} = \frac{6}{9}$

2. **Dans un tableau de proportionnalité :**

a) **On peut vérifier si c'est un tableau de proportionnalité**

5	*12*	*19*	*26*
65	*156*	*247*	*339*

On calcule :

- $5\times156=780$
  $65\times12=780$
  produits égaux
- $12\times247=2964$
  $156\times19=2964$
  produits égaux
- $\boxed{\begin{array}{l}19\times339=6441\\ 247\times26=6422\end{array}}$
  produits <u>différents</u>

On en déduit que <u>ce n'est pas</u> un tableau de proportionnalité.

b) **On peut aussi déterminer une donnée inconnue par proportionnalité**

Le tableau suivant représente une situation de proportionnalité, déterminer les inconnues.

Volume de carburant (L)	x	*44*	*60*
Prix (en €)	*48,65*	*61,16*	y

On calcule : $x = \dfrac{48{,}65\times44}{61{,}16}=35\,L$ *et* $y = \dfrac{61{,}16\times60}{44}=83{,}40\,€$

II. TAUX DE POURCENTAGE

1) UTILISATION D'UN TAUX DE POURCENTAGE

Toute situation faisant intervenir un pourcentage peut être traitée comme une situation de proportionnalité : le taux de pourcentage correspondant au coefficient multiplicateur à appliquer.

Appliquer un taux de pourcentage de $a\%$ revient à utiliser le coefficient multiplicateur $\dfrac{a}{100}$.

Exemples :

1. **Remise : Calculons la réduction à appliquer lors d'une remise de 15% sur un article initialement affiché à 21€.**

Résolution 1 : on revient à l'écriture fractionnaire.

$\frac{?}{21} = \frac{15}{100}$ donc la remise est obtenue par le calcul : $21 \times \frac{15}{100} = 3{,}15$

La remise est de 3,15€, le prix final est donc de 17,85€.

Résolution 2 : on utilise un tableau de proportionnalité.

Prix initial (en €)	21	100
Remise (en €)	?	15

$21 \times \frac{15}{100} = 3{,}15$

La remise est de 3,15€, le prix final est donc de 17,85€.

2. **Echelle : on veut construire un plan d'une maison à l'échelle 2/100eme. Quelle sera la longueur d'un mur de 3 m ?**

Résolution 1 : on revient à l'écriture fractionnaire.

$\frac{?}{3} = \frac{2}{100}$ donc la longueur est obtenue par le calcul : $2 \times \frac{3}{100} \simeq 0{,}06\,m$

la longueur sur le plan est 6 cm.

Résolution 2 : on utilise un tableau de proportionnalité.

Longeur sur le plan (en m)	2	?
Longeur réelle (en m)	100	3

$2 \times \frac{3}{100} \simeq 0{,}06\,m$

la longueur sur le plan est 6 cm.

3. Grâce à la tombola du collège, le FSE a réussi à financer 20% du voyage au ski. Sachant que le prix payé par les familles est de 280€ par enfant, quel est le coût réel du voyage par enfant ?

Attention : Si la réduction est de 20%, le prix coûtant correspond à 80% du prix initial !

Résolution 1 : on revient à l'écriture fractionnaire.

$\frac{280}{?} = \frac{80}{100}$ donc le pourcentage est obtenu par le calcul : $280 \times \frac{100}{80} = 350$

Le prix réel est de 350 €.

Résolution 2 : on utilise un tableau de proportionnalité.

Prix payé (en €)	280	80
Pris réel (en €)	?	100

$280 \times \frac{100}{80} = 350$

Le prix réel est de 350 €.

2) CALCUL D'UN POURCENTAGE

Toute situation faisant intervenir des proportions peut être exprimée à l'aide d'un pourcentage :

Application 1 : on revient à l'écriture fractionnaire.

Si je dois calculer la proportion de filles en pourcentage dans un collège comportant 351 filles parmi 568 élèves, je peux utiliser l'égalité suivante :

$\frac{351}{568} = \frac{?}{100}$ donc le pourcentage est obtenu par le calcul : $351 \times \frac{100}{568} \simeq 62$

62% des élèves de ce collège sont des filles.

Application 2 : on utilise un tableau de proportionnalité.

Si je dois calculer le pourcentage correspondant à la proportion de sirop de menthe dans un verre sachant qu'on a versé 2cL de sirop pour un volume total de boisson de 15 cL.

Volume de sirop (cL)	2	?
Volume total (cL)	15	100

le pourcentage est obtenu par le calcul : $2 \times \frac{100}{15} \simeq 13$

Le sirop correspond à 13% de la boisson.

UNITÉ H - FONCTIONS

I. TABLEAU DE DONNÉES

Lorsqu'on exprime une variable en fonction d'une autre, les données obtenues peuvent être organisées dans un tableau de donnée.

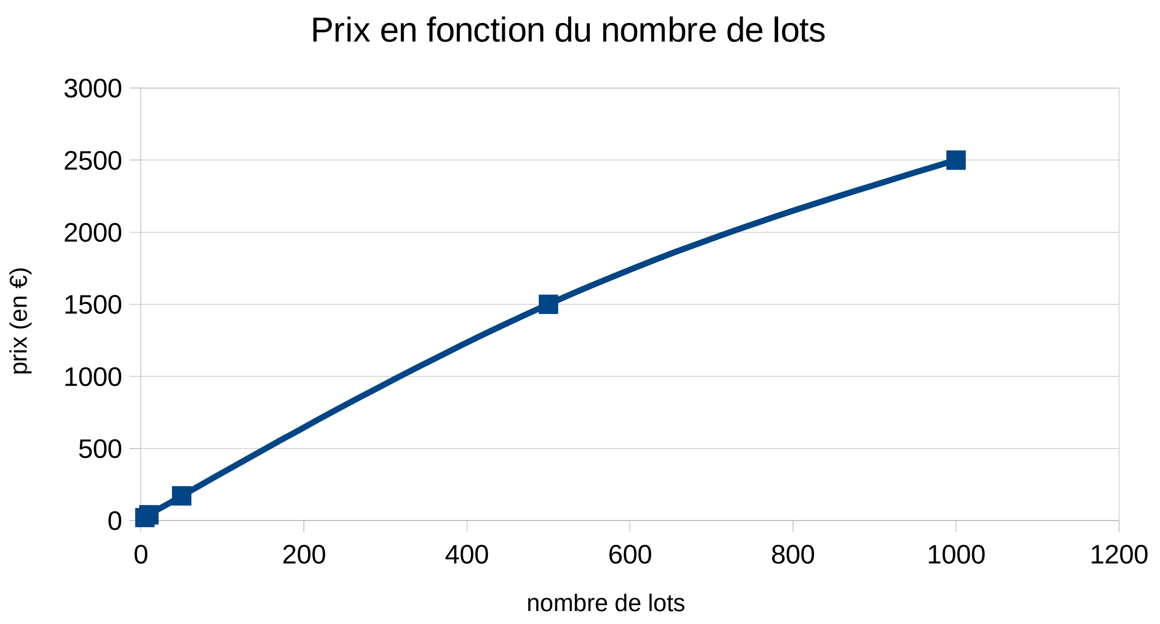
Exemple :

Exprimons le prix à payer en fonction du nombre de lots achetés.

Nombre de lots	5	10	50	500	1000
Prix (en €)	20	40	170	1500	2500

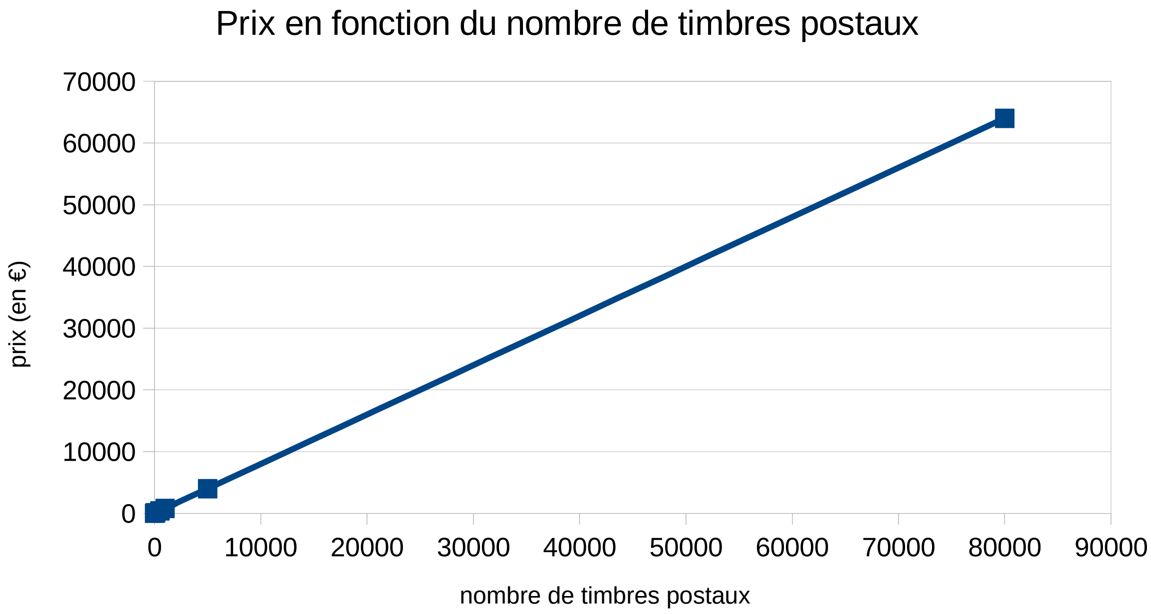
II. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DANS UN REPÈRE ORTHOGONAL

On notera en abscisse la variable de référence ("en fonctions de"), et en ordonnée la variable observée.



III. REPRÉSENTATION DE SITUATIONS DE PROPORTIONNALITÉ

Quantité de timbres	10	100	500	1000	5000	80000
Prix (en €)	8	80	400	800	4000	64000



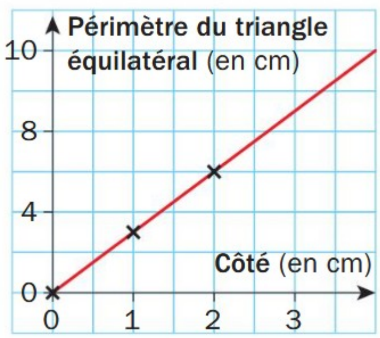
Propriété (sens direct) :

La représentation graphique d'une situation de proportionnalité dans un repère est une droite passant par l'origine du repère.

Propriété (sens indirect) :

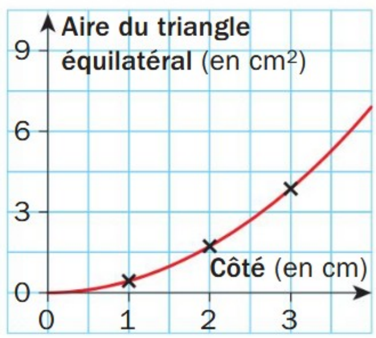
Toute situation représentée par une droite passant par l'origine du repère est une situation de proportionnalité.

EXEMPLE 1



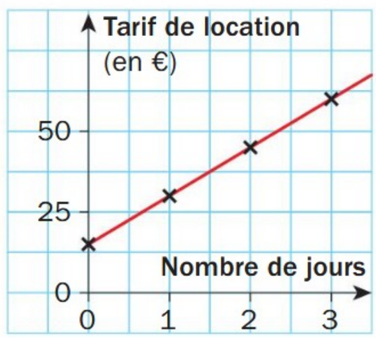
Les points sont alignés avec l'origine du repère.
Le périmètre est proportionnel à la longueur du côté.

EXEMPLE 2



Les points ne sont pas alignés.
L'aire n'est pas proportionnelle à la longueur du côté.

EXEMPLE 3



Les points ne sont pas alignés avec l'origine du repère.
Le tarif n'est pas proportionnel à la durée de la location.

GRANDEURS ET MESURES

UNITÉ I - GRANDEURS MESURABLES

I. GRANDEURS COMPOSÉES

Définition :

On appelle grandeur composée une grandeur issue d'un calcul comportant plusieurs grandeurs mesurables.

Si les grandeurs mesurables se multiplient , on parle de grandeur produit.

Si les grandeurs mesurables se divisent, on parle de grandeur quotient.

Exemples :

- Une vitesse en km/h (grandeur quotient) :

$$v = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{durée du parcours}}$$
$$[km/h] = \frac{[km]}{[h]}$$

- Un volume en m³ (grandeur produit) :

$$V_{cône} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$
$$[m^3] = \frac{1}{3} \times \pi \times [m^2] \times [m]$$

- Une densité de population en hab/m² (grandeur quotient) :

$$d = \frac{\text{nombre d'habitants}}{\text{superficie du territoire}}$$
$$[hab/m^2] = \frac{[hab]}{[m^2]}$$

- Une énergie consommée en W.h (grandeur produit) :

$$E = \text{puissance} \times \text{durée}$$
$$[W.h] = [W] \times [h]$$

Remarque :

Si une grandeur est constituée de la somme de grandeurs mesurables, celles-ci doivent être exprimées dans la même unité de mesure et la somme sera donc exprimée dans la même unité de mesure.

II. UNITÉS DE MESURE

L'unité de mesure d'une grandeur composée doit toujours correspondre aux unités de mesure utilisées pour la déterminer.

Exemple :

$v=\frac{distance[km]}{temps[h]}=...[km/h]$	$v=\frac{distance[m]}{temps[s]}=...[m/s]$	$v=\frac{distance[mm]}{temps[min]}=...[mm/min]$

Conversions :

Pour convertir des unités de mesure de grandeurs composées, il faut réfléchir au sens des formules.

On sait que :

- 1 km = 1 000 m
- $1\,h=60\,min$; $1\,min=60\,s$ et donc $1\,h=60\times60\,s=3600\,s$

On en déduit que :

- $1\,km/h=\frac{1\,km}{1\,h}=\frac{1\,000\text{m}}{1\,h}=1\,000\,m/h$ donc 7,8 km/h = 7 800 m/h
- $1\,km/h=\frac{1\,km}{1\,h}=\frac{1\,km}{60\,min}=\frac{1}{60}km/min$ donc 120 km/h = 2 km/min
- $1\,km/h=\frac{1\,km}{1\,h}=\frac{1\,000\,m}{3\,600\,s}=\frac{1\,000}{3\,600}m/s$ donc 465 km/h $\simeq$ 129 m/s

UNITÉ J -CAS PARTICULIER DES GRANDEURS GÉOMÉTRIQUES

I. VOLUMES ET UNITÉS

Rappels sur le volume des pavés droits

$$Volume_{pavé\ droit} = L \times l \times h$$

Remarque :

- L'unité de mesure de volume dépend des unités de longueurs utilisées dans le calcul (toutes les longueurs doivent être exprimées dans la même unité de mesure.
- Les unités de volume sont : cm^3, m^3 ... mais aussi L, dL ...

♥ 1 L = 1 dm^3 ♥

Exemples de conversion :

	m^3			dm^3			cm^3			
						L	dL	cL	mL	

Exemple :

3 m^3 = ... cm^3

54,2 dm^3 = ... L

1,5 dm^3 = ... m^3

4,5 L = ... cm^3

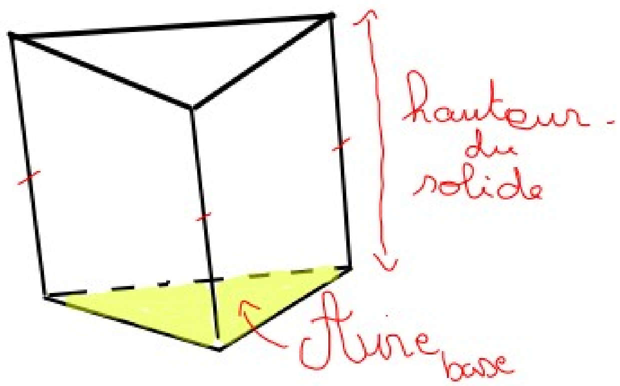
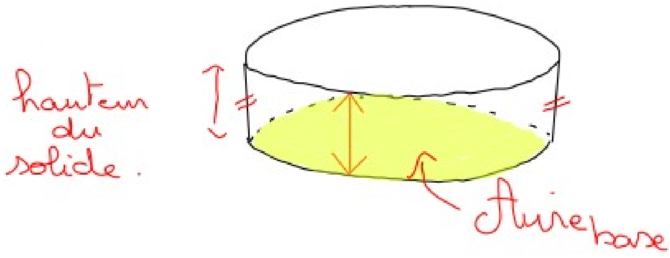
14,6 L = ... dL

17,8 cL = ... cm^3

II. VOLUMES ET UNITÉS

1) CYLINDRES ET PRISMES DROITS

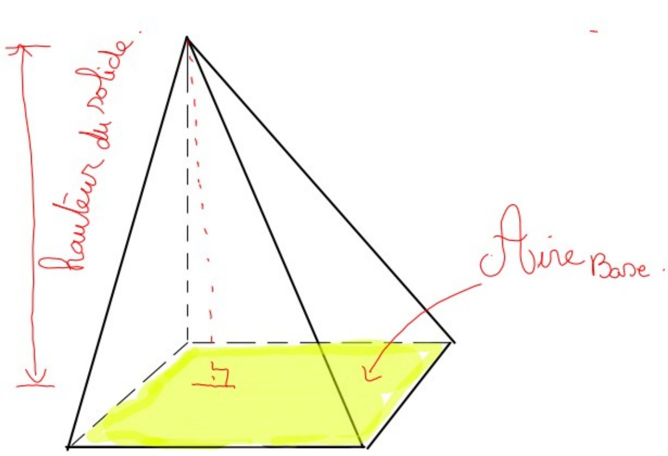
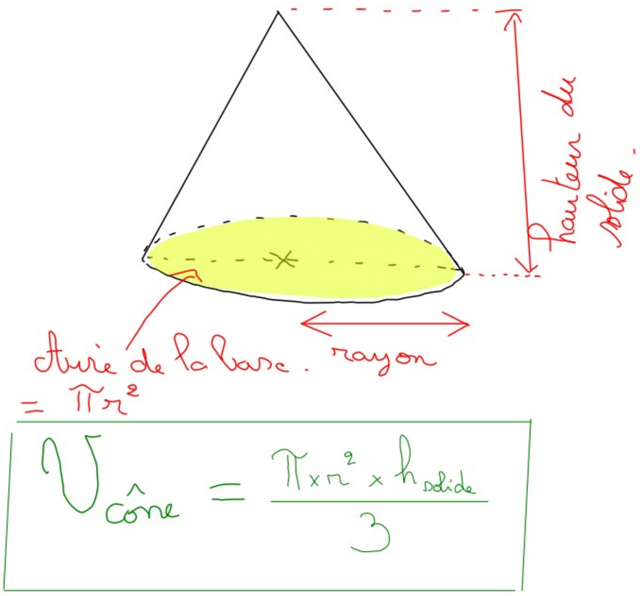
$$Volume = Aire_{base} \times hauteur_{solide}$$

Prisme droit à base triangulaire	Cylindre
	

2) PYRAMIDES ET CÔNES

Pour les pyramides et les cônes, on détermine le volume à l'aide de la formule suivante :

$$\boxed{Volume = \frac{Aire_{base} \times hauteur_{solide}}{3}}$$

Pyramide à base carrée	Cône
	

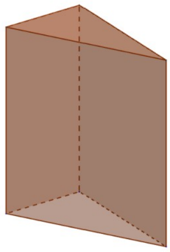
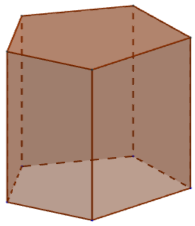
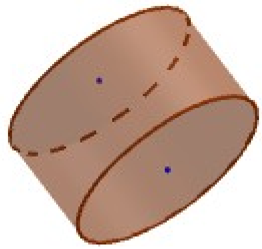
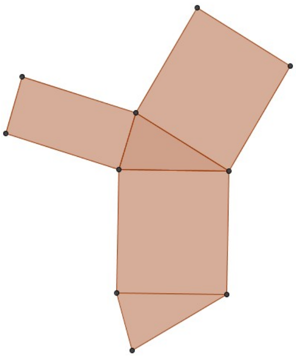
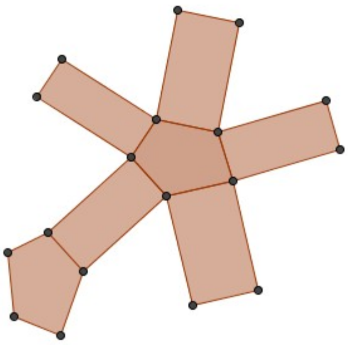
Attention :

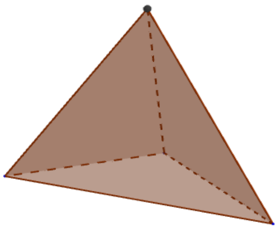
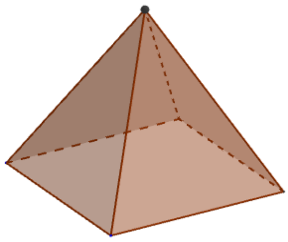
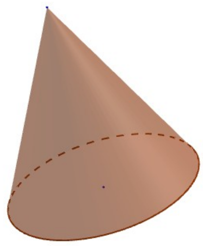
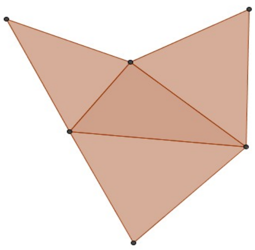
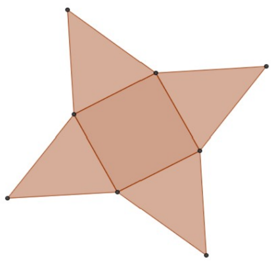
Les dimensions du solide doivent être données dans une même unité de mesure qui déterminera l'unité de mesure du volume.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

UNITÉ K - OBJETS DU PLAN ET DE L'ESPACE

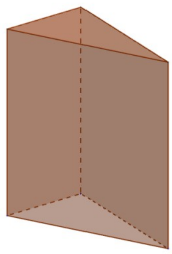
I. SOLIDES ET PATRONS

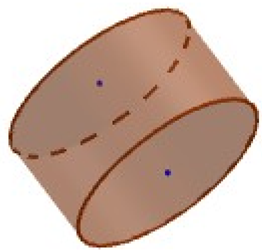
Solide	Prisme droit à base triangulaire	Prisme droit à base pentagonale	Cylindre
Vue en perspective cavalière			
Un patron possible			

Solide	Pyramide à base triangulaire	Pyramide à base carrée	Cône
Vue en perspective cavalière			
Un patron possible			

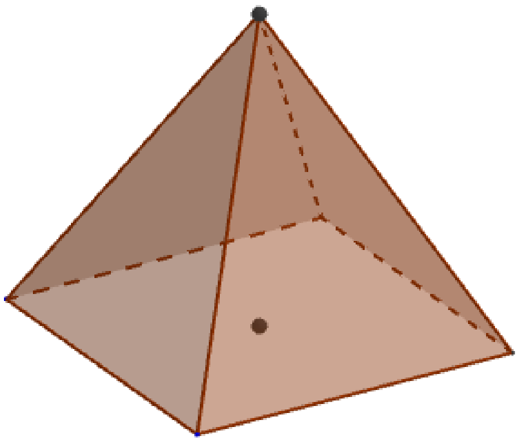
II. SOLIDES ET HAUTEURS

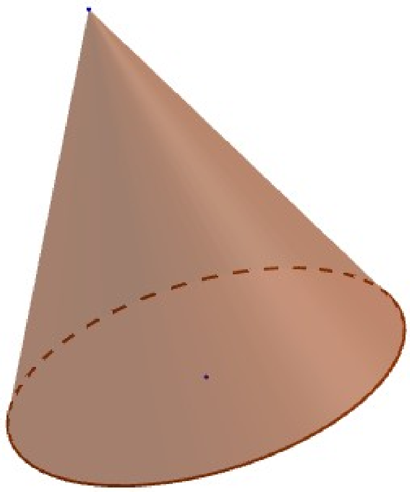
Dans le cas des prismes et cylindres, la hauteur est obtenue directement par mesure.

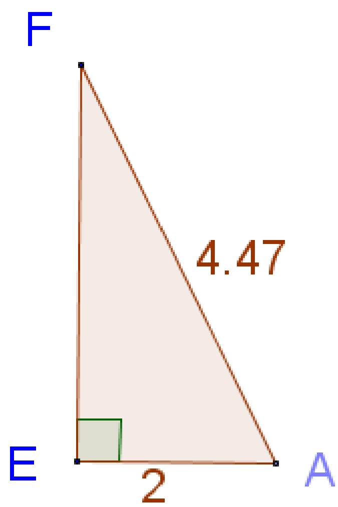




Dans le cas des pyramides et cônes, la hauteur est obtenue par calcul à partir des arêtes ou de la génératrice.







Dans le triangle EFA rectangle en E,

on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$EF^2 + AE^2 = AF^2$

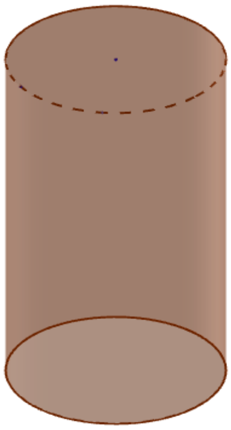
$EF^2 = 4{,}47^2 - 2^2$

$EF^2 = 15{,}9809$

d'où $EF = \sqrt{15{,}9809} \simeq 4\,cm$

III. SOLIDES À BASE CIRCULAIRE

Pour déterminer un patron de solide à base circulaire, il est nécessaire de déterminer le périmètre de sa base.

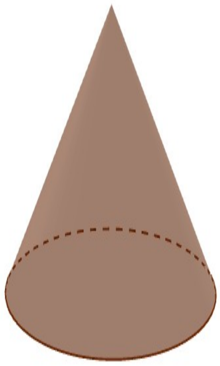


$$Périmètre_{cercle} = 2 \times \pi \times rayon$$

$$Périmètre_{cercle} = 2 \times \pi \times 2 \quad \text{(ici)}$$

Cette donnée permet de déduire les dimensions du patron :

- Pour le cylindre : la longueur du rectangle.



- Pour le cône : l'angle du secteur angulaire.

Longueur (cm)	$2\pi \times rayon = 2\pi \times 2$	$2\pi \times génératrice = 2\pi \times 5$
Angle (°)	?	360

$$? = \frac{(\cancel{2\pi}\times 2) \times 360}{(\cancel{2\pi}\times 5)} = \frac{2\times 360}{5} = 144\,°$$

IV. ISOMÉTRIES

Définition :

On appelle isométrie une transformation géométrique qui conserve les mesures.

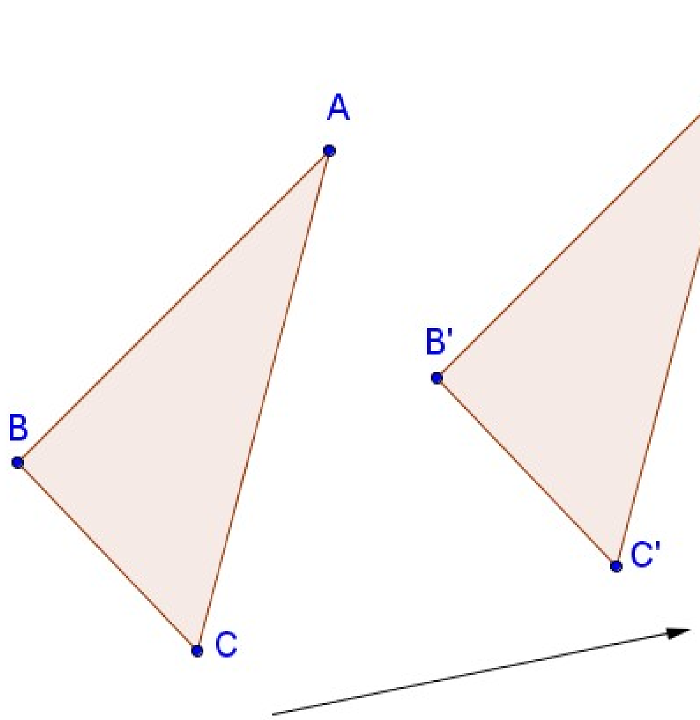
Nous en avons déjà étudié plusieurs : la symétrie axiale et la symétrie centrale.

Dans ce cours, nous étudierons deux autres isométries : la translation et la rotation.

Définition :

Une translation est une transformation orientée par un vecteur (sens, longueur et direction).

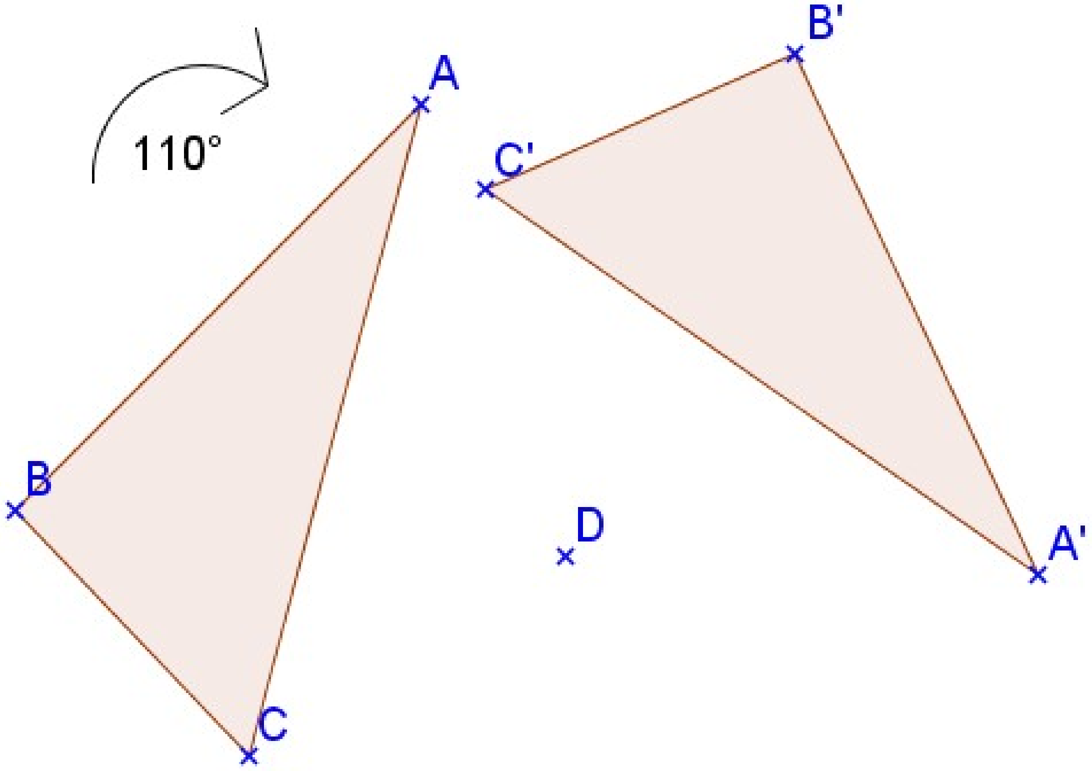
"l'objet glisse le long d'une droite"



Définition :

Une rotation est une transformation orientée par une origine et un angle (sens et mesure).

"l'objet tourne autour d'un point"



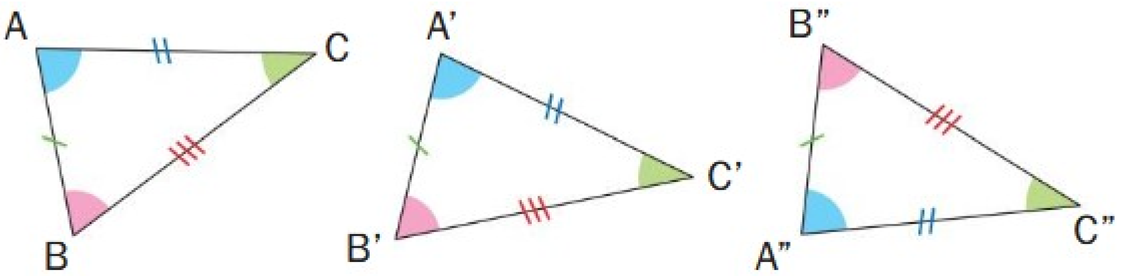
V. TRIANGLES SEMBLABLES OU ÉGAUX

1) TRIANGLES ÉGAUX

Définition :

Deux triangles sont égaux si leurs côtés sont respectivement de la même longueur.

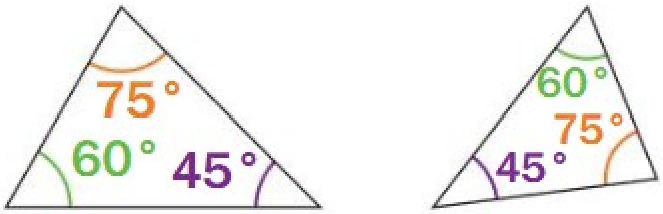
Exemple : les triangles ABC, A'B'C' et A"B"C" sont égaux.



Propriété :

Des triangles égaux sont superposables et leurs angles ont la même mesure.

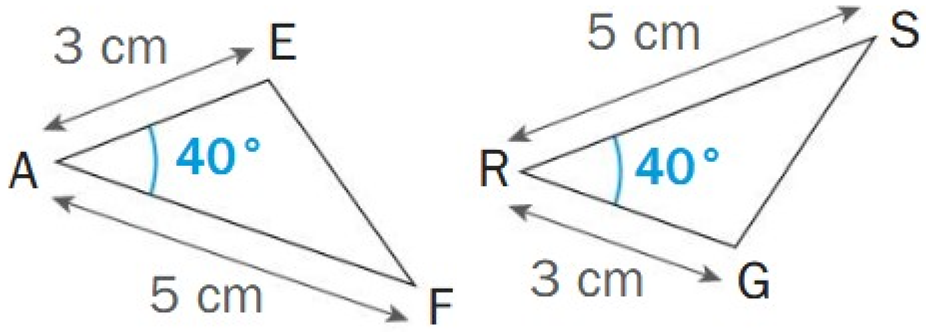
Remarque : deux triangles peuvent avoir des angles de même mesure sans être égaux !



ces deux triangles ne sont pas égaux

Propriété :
Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement de même longueur, alors ces triangles sont égaux.

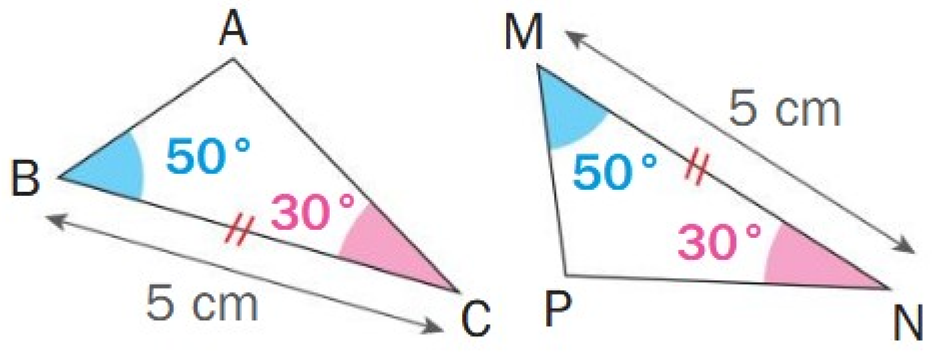
Exemple :



ces triangles sont égaux

Propriété :
Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles respectivement de même mesure, alors ils sont égaux.

Exemple :



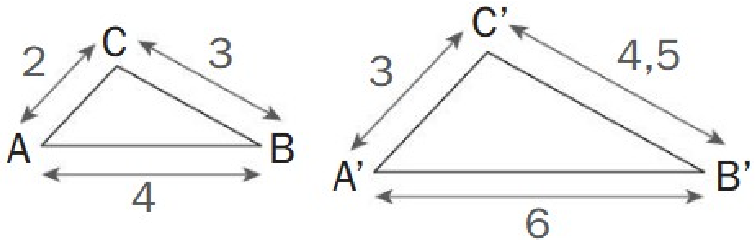
ces triangles sont égaux

2) TRIANGLES SEMBLABLES

Définition :

On dit que deux triangles sont semblables lorsque leurs côtés ont des longueurs proportionnelles.

Exemple :



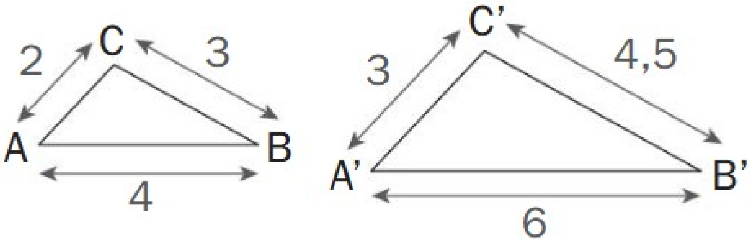
	Petit côté	Moyen côté	Grand côté
Longueurs des côtés de ABC	2	3	4
Longueurs des côtés de A'B'C'	3	4,5	6

On reconnaît un tableau de proportionnalité de rapport 1,5, donc ces triangles sont semblables.

Propriété (sens direct) :

Si deux triangles sont semblables, alors les angles de l'un ont la même mesure que les angles de l'autre.

Exemple :

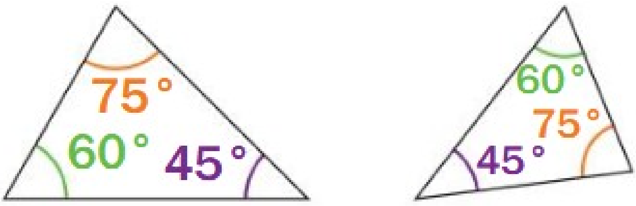


ABC et A'B'C' sont semblables donc $\widehat{ABC}=\widehat{A'B'C'}$; $\widehat{CAB}=\widehat{C'A'B'}$; $\widehat{BCA}=\widehat{B'C'A'}$

Propriété (sens indirect):

Si un triangle a les angles de même mesure que les angles d'un autre triangle, alors ces triangles sont semblables.

Exemple :

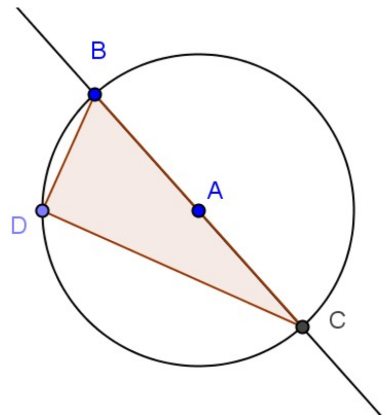


Ces deux triangles ont les angles de mêmes mesures, donc ils sont semblables.

UNITÉ L -CALCULS DE LONGUEURS EN GÉOMÉTRIE

I. TRIANGLES RECTANGLES INSCRITS DANS UN CERCLE

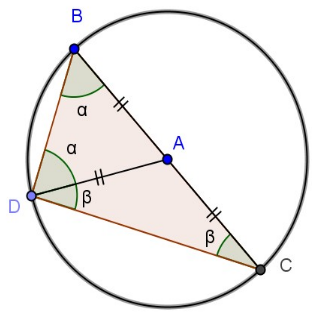
Propriété :



Tout triangle inscrit dans un cercle dont l'un des côtés est le diamètre du cercle est un triangle rectangle.

Le côté qui correspond au diamètre du cercle est son hypoténuse.

Démonstration :



AB = AD car ce sont des rayons du cercle. Donc ABD est isocèle en A :

D'où $\widehat{ABD}=\widehat{ADB}=\alpha$

AC = AD car ce sont des rayons du cercle. Donc ADC est isocèle en A :

D'où $\widehat{ACD}=\widehat{ADC}=\beta$

Or $\widehat{CBD}+\widehat{BDC}+\widehat{DCB}=180$

Donc $\begin{cases}\alpha+(\alpha+\beta)+\beta=180\\ 2\alpha+2\beta=180\\ \alpha+\beta=90\end{cases}$

de plus : $\widehat{BDC}=\alpha+\beta$

C'est-à-dire : $\widehat{BDC}=90°$

II. COSINUS DANS LES TRIANGLES RECTANGLES

Remarque : Si un connaît un angle aigu dans un triangle rectangle, tous les triangles qu'on peut tracer seront semblables, c'est à dire que ce seront des agrandissements ou des réductions les uns des autres. Il existera donc un rapport de proportionnlaité entre leurs longueurs.

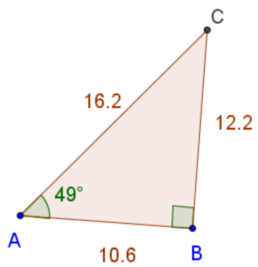
A) DÉFINITIONS

Définition :

Le cosinus d'un angle est le rapport entre la longueur du côté adjacent et la longueur l'hypoténuse dans un triangle rectangle.

$$\cos(\alpha)=\frac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}$$

Exemple :



Avec les lettres : $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{AB}{AC}$

Avec les valeurs : $\cos(49°) = \dfrac{10,6}{16,2}$

Vérifications :

- On calcule le rapport : $\dfrac{10,6}{16,2} \simeq 0,654$
- La valeur du cosinus étant fixe pour un angle donné, on peut la calculer à la calculatrice ! $\cos(49°) \simeq 0,656$

Ces deux valeurs sont égales au millièmes près. Cette imprécision vient de l'arrondi de mesure des côtés. (voir activité gégébra)

Remarques :

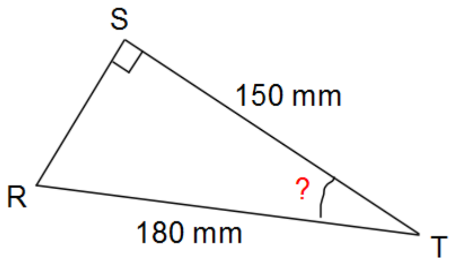
La valeur du cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle est toujours comprise entre 0 et 1.

En effet, ce rapport provient du quotient par l'hypoténuse (qui est le plus long côté).

B) APPLICATION À LA DÉTERMINATION D'UN ANGLE

-> on doit connaître la longueur de l'hypoténuse ;

-> on doit connaître la longueur du côté adjacent à cet angle.



Rédaction :

Le triangle RST est rectangle en S, on peut utiliser les relations trigonométriques.

$$\cos\left(\widehat{STR}\right) = \frac{ST}{RT}$$

$$\cos\left(\widehat{STR}\right) = \frac{150}{180} \simeq 0{,}833$$

Donc $\widehat{STR} \simeq \arccos(0{,}833) \simeq 34°$

Attention :

On connaît la valeur du cosinus en calculant le rapport. Pour retrouver l'angle associé, on utilise la calculatrice et la fonction inverse du cosinus : arccosinus !

Calculatrice : touches $\boxed{\text{seconde}}$ puis $\boxed{\text{cos}}$

Pour une rédaction plus experte :

$$\cos\left(\widehat{STR}\right) = \frac{ST}{RT}$$

Donc $\widehat{STR} = \arccos\left(\frac{ST}{RT}\right)$

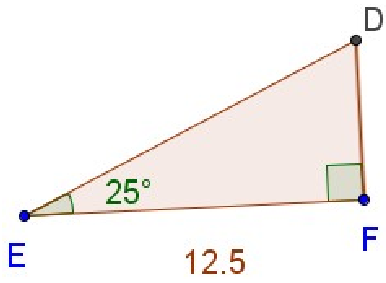
$\widehat{STR} = \arccos\left(\frac{150}{180}\right) \simeq 34°$ l'approximation n'apparaît que sur le résultat final !

C) APPLICATION À LA DÉTERMINATION D'UNE LONGUEUR

- **Pour calculer la longueur de l'hypoténuse dans un triangle rectangle :**

-> on doit connaître la mesure d'un angle aigu

-> on doit connaître la longueur du côté adjacent à l'angle aigu.



Astuce : $\dfrac{\cos(25°)}{1} = \dfrac{12{,}5}{ED}$

Donc : $ED = \dfrac{1 \times 12{,}5}{\cos(25°)}$

Rédaction :

Le triangle FDE est rectangle en F, on peut utiliser les relations trigonométriques.

$$\boxed{\cos(\alpha) = \frac{\textit{côté adjacent}}{\textit{hypoténuse}}}$$

$$\cos(\widehat{FED}) = \frac{EF}{ED}$$

$$\cos(25°) = \frac{12{,}5}{ED}$$

Donc : $ED = \dfrac{12{,}5}{\cos(25°)}$

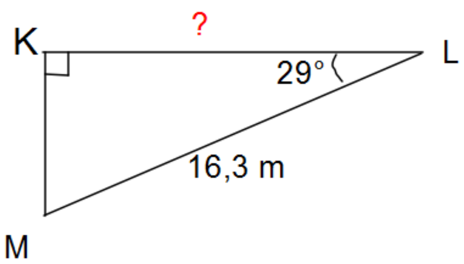
$$\boxed{ED = \frac{12{,}5}{\cos(25°)} \simeq 13{,}8 \text{ unités de longueur}}$$

La longueur obtenue est plausible, l'hypoténuse est le plus long côté.

- **Pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit dans un triangle rectangle :**

-> on doit connaître la longueur de l'hypoténuse ;

-> on doit connaître la mesure de l'angle aigu auquel ce côté est adjacent.



Astuce : $\dfrac{\cos(\widehat{KLM})}{1} = \dfrac{KL}{LM}$

Donc : $KL = \dfrac{LM \times \cos(\widehat{FED})}{1}$

Rédaction :

Le triangle KLM est rectangle en K, on peut utiliser les relations trigonométriques :

$$\cos(\widehat{KLM}) = \frac{KL}{LM}$$

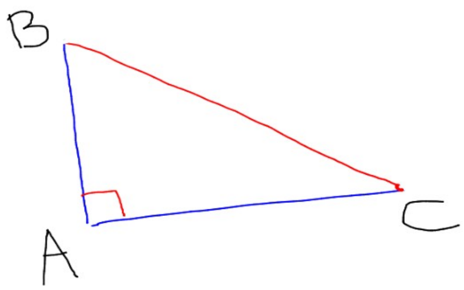
Donc $KL = LM \times \cos(\widehat{FED})$

$$\boxed{KL = 16{,}3 \times \cos(29°) \simeq 14{,}3\,m}$$

La longueur obtenue est plausible, elle est inférieure à celle de l'hypoténuse.

III. CALCULS DE LONGUEURS DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

1) VOCABULAIRE

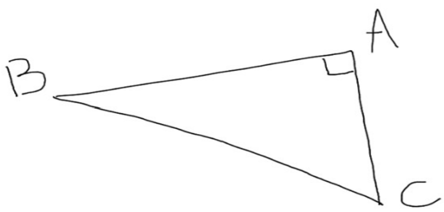


Dans le triangle ABC rectangle en A :

- [BC] est l'hypoténuse (donc le côté le plus long)
- [AC] et [AB] sont les côtés de l'angle droit.

2) THÉORÈME

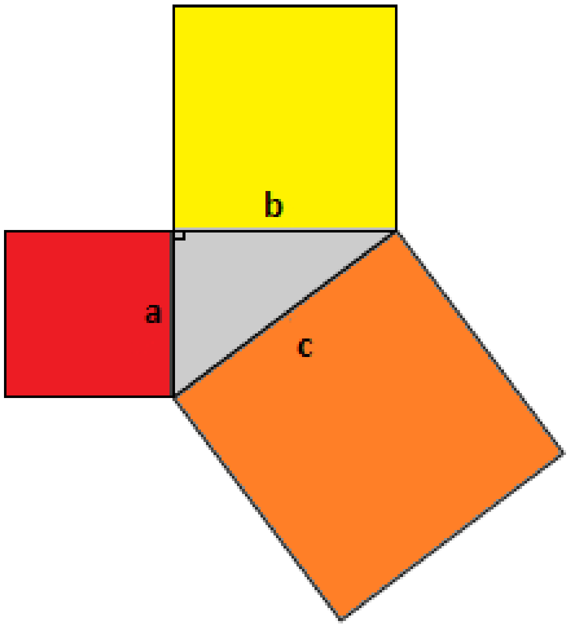
Théorème :
Dans tout triangle rectangle, la somme des carrés des mesures des côtés de l'angle droit est égale au carré de la mesure de l'hypoténuse.

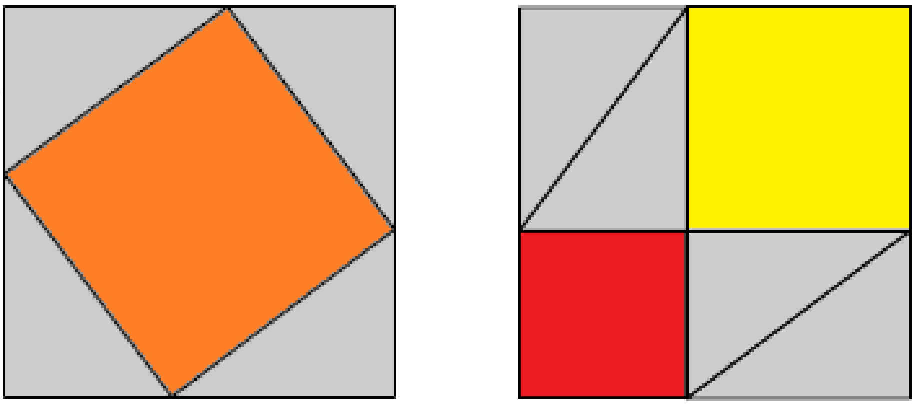


Le triangle ABC est rectangle en A.
On peut alors écrire l'égalité de Pythagore :

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

Démonstration géométrique :





3) CARRÉ D'UN NOMBRE (ET RACINE CARRÉE)

Définition : carré d'un nombre

Le carré d'un nombre est le produit de ce nombre par lui même.

Exemple :

- $8^2=8\times8=64$
- $1^2=1\times1=1$
- $0{,}5^2=0{,}5\times0{,}5=0{,}25$
- $0{,}01^2=0{,}01\times0{,}01=0{,}0001$
- $\left(\frac{3}{7}\right)^2=\frac{3}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{49}$

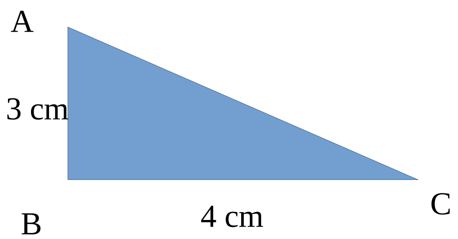
Définition : carrés parfaits ♥

On appelle carrés parfaits les nombres issus de carrés de nombres entiers :

1 ; 4 ; 9 ; 16 ; 25 ; 36 ; 49 ; 64 ; 81 ; 100 ; 121 ; 144

Exemple : 36 est un carré parfait car $6\times6=36$

Application :



Le triangle ABC est rectangle en B.

On peut utiliser le théorème de Pythagore.

$$AC^2=AB^2+BC^2$$
$$AC^2=3^2+4^2$$
$$AC^2=9+16$$
$$AC^2=25$$

Donc AC = 5 cm (car 5^2 = 25)

Remarque :

A la calculatrice, on peut calculer des carrés.

Ex : $311{,}8^2=97\,219{,}24$

Définition : racine carrée

On appelle racine carrée d'un nombre positif a , le nombre positif dont le carré est a .

$$\sqrt{a}=b \quad avec \quad b^2=b\times b=a$$

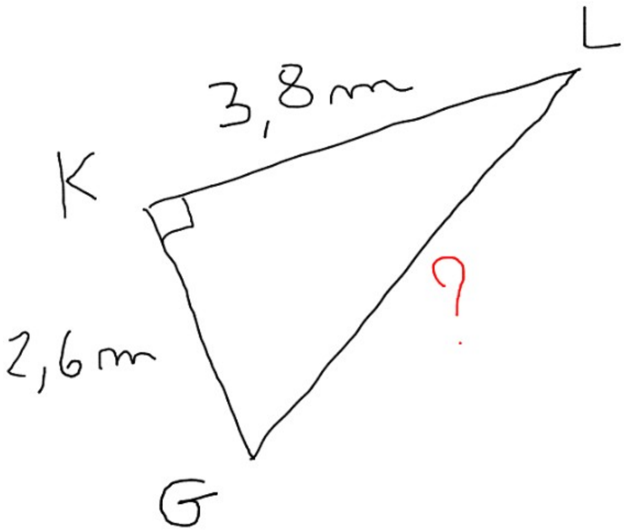
Exemples : $\sqrt{81}=9$ $\sqrt{25}=5$ $\sqrt{0{,}01}=0{,}1$ $\sqrt{0{,}0049}=0{,}07$

Remarque : on peut utiliser la calculatrice et la touche $\sqrt{\quad}$.

- $\sqrt{32}\simeq 5{,}7$ on arrondit au dixème près
- $\sqrt{4{,}9}\simeq 2{,}2$

4) APPLICATION À LA RECHERCHE DE LONGUEURS

- **Recherche de la longueur de l'hypoténuse**



Rédaction :

Le triangle GKL est rectangle en K.

On peut utiliser le théorème de Pythagore :

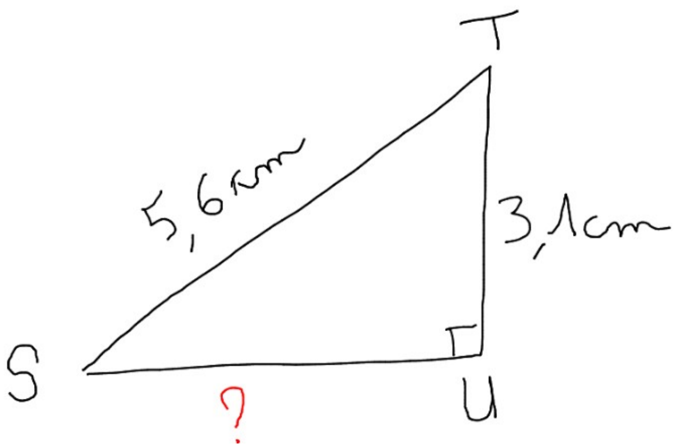
$$GL^2 = GK^2 + KL^2$$
$$GL^2 = 2{,}6^2 + 3{,}8^2$$
$$GL^2 = 6{,}76 + 14{,}44$$
$$GL^2 = 21{,}2$$

Donc : $GL = \sqrt{21{,}2} \simeq 4{,}6\,m$.

Valeur exacte

Valeur approchée (arrondie au dixième)

- **Recherche de la longueur d'un côté de l'angle droit**



Rédaction :

Le triangle STU est rectangle en U.

On peut utiliser le théorème de Pythagore :

$$ST^2 = SU^2 + UT^2$$
$$5{,}6^2 = SU^2 + 3{,}1^2$$
$$31{,}36 = SU^2 + 9{,}61$$
$$SU^2 = 31{,}36 - 9{,}61$$
$$SU^2 = 21{,}75$$

Donc : $GL = \sqrt{21{,}75} \simeq 4{,}7\,cm$.

Valeur exacte

Valeur approchée (arrondie au dixième)

UNITÉ M - RAISONNEMENT ET DÉMONSTRATION EN GÉOMÉTRIE

I. THÉORÈME DE PYTHAGORE

Propriétés issues du théorème de Pythagore :

- sens direct : si un triangle est rectangle, alors l'égalité de Pythagore est vraie.
- Contraposée : si l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, alors le triangle n'est pas rectangle.
- Réciproque : si l'égalité de Pythagore est vérifiée, alors le triangle est rectangle.

Remarque :

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est le plus long côté. Donc dans un triangle quelconque, seul le plus long côté peut devenir l'hypoténuse.

Exemple1 :

Soit un triangle ABC tel que :

AB = 12 cm, BC = 4 cm et AC = 13 cm.

ABC est-il un triangle rectangle ?

Dessin à main levée :

On sait que :

Le plus long côté est [AC].

Or :

d'une part $AC^2 = 13^2 = 169$

d'autre part $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 4^2 = 160$

Donc :

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée donc ce n'est pas un triangle rectangle. (contraposée)

Exemple2 :

Soit un triangle DEF tel que :

DE = 9 m, EF = 15 m et DF = 12 m.

Montrer que DEF est un triangle rectangle.

Dessin à main levée :

On sait que :

Le plus long côté est [EF].

Or :

d'une part $EF^2 = 15^2 = 225$

d'autre part $DE^2 + DF^2 = 9^2 + 12^2 = 225$

Donc :

L'égalité de Pythagore est vraie donc c'est un triangle rectangle. (réciproque)

ANNEXES

RÈGLEMENT DU COURS DE MATHÉMATIQUES

Afin que chacun dans la classe profite des meilleures conditions de travail possible, les élèves s'appliqueront à respecter les six règles ci-dessous.

M	Venir avec le matériel en état d'utilisation.
T	Faire son travail, en classe et à la maison.
P	Suivre le cours en silence, avoir une prise de parole appropriée.
A	Maintenir une attitude studieuse
R	Rattraper les cours (leçons, exercices et corrections) lors d'une absence dans un délai de deux jours.
S	Faire signer les documents ou évaluations dès leur distribution par le professeur.

Je serai particulièrement attentive au respect de ces six règles, et noterai tout manquement à l'une d'entre elles.

- Pour trois remarques, j'inscrirai un mot d'observation dans le carnet de correspondance.
- Pour cinq remarques, l'élève recevra une punition inscrite dans le carnet de correspondance.
- Pour 7 remarques ou plus, une retenue sera envisagée.

Afin que chacun puisse repartir sur de bonnes bases, ce fonctionnement est établi par périodes de travail.
A chaque fin de période, les compteurs sont remis à zéro pour tous !

Tableau de remarques* :

Période 1:	
Période 2:	
Période 3:	
Période 4:	
Période 5:	
Période 6:	
Période 7:	
Période 8:	
Période 9:	
Période 10:	
Période 11:	

*tableau à compléter par l'élève, le document du professeur faisant foi.

Signatures :

responsable légal Élève

MATÉRIEL

- en classe :
  - cahier de leçons
  - cahier d'exercices

- toujours dans la trousse :
  - stylos quatre couleurs
  - crayon de papier taillé (ou critérium)
  - gomme
  - compas
  - règle

- dans le sac :
  - calculatrice

- en géométrie :
  - équerre
  - rapporteur

Le matériel est individuel et obligatoire !

Il doit être maintenu en bon état et remplacé s'il est défectueux (calculatrice en panne, compas incomplet, règle abîmée...)

GRILLE D'ITEMS DE MATHÉMATIQUES – NIVEAU 4ÈME

4.A1	**Nombres et calcul**				
4.A10	Racines carrées et carrés parfaits				
4.A11	Préfixes nano à giga				
4.A12	Egalité de fractions				
4.A13	Somme et différence de nombres relatifs				
4.A14	Produit et quotient de nombres relatifs				
4.A15	Somme et différence de fractions				
4.A16	Produit de fractions				
4.A17	Quotient de fractions				
4.A18	Puissances de 10				
4.A19	Mise en équation				
4.A110	Développement d'expressions algébriques				
4.A111	Factorisation d'expressions algébriques				
4.A112	Résolution d'équations				
4.A113	Résolution d'inéquations				
4.A2	**Organisation et gestion de données, fonctions**				
4.A20	Effectifs et fréquences				
4.A21	Moyenne, médiane et étendue d'une série de plus de 20 valeurs				
4.A22	Probabilités : fréquences				
4.A23	Proportionnalité : produit en croix				
4.A24	Pourcentage				
4.A3	**Grandeurs et mesures**				
4.A30	Calculs sur des grandeurs composées				
4.A31	Formules : volume d'une pyramide, d'un cône				
4.A32	Mesures et transformations (déplacement, agrandissement, réduction)				
4.A4	**Espace et géométrie**				
4.A40	Translation				
4.A41	Rotation				
4.A42	Egalité de triangles et triangles semblables				
4.A43	Théorème de Pythagore				
4.A44	Réciproque du théorème de Pythagore				
4.A5	**Algorithmique et programmation**				
4.A50	Ecrire un programme simple				
4.A51	Déclenchement d'une action par un évènement				
4.A52	Séquences d'instructions				
4.A53	Boucles				
4.A54	Instructions conditionnelles				
4.A55	Ecrire un programme contenant des actions déclenchées par des évènement extérieurs				
4.A56	Ecrire un programme avec des scripts se déroulant en parallèle				

Chercher

4.B1	**Utiliser les informations utiles**				
4.B10	Déterminer les informations utiles				
4.B2	**S'engager dans une démarche scientifique**				
4.B20	S'engager dans des manipulations				
4.B21	Émettre une conjecture				
4.B3	**S'engager dans plusieurs pistes de résolution**				
4.B30	Tester plusieurs pistes de résolution				
4.B4	**Décomposer un problème en sous-problèmes**				
4.B40	Décomposer un problème en sous problèmes				

Codes d'évaluation : TI Très insuffisant I Insuffisant F Fragile S Satisfaisant TS Très satisfaisant P Parfait

Ancienneté : Sur la période. Début d'année scolaire. Année scolaire précédente.

Modéliser

4.C1	**Gérer les situations de proportionnalité**				
4.C10	Reconnaître et résoudre des problèmes de proportionnalité				
4.C2	**Traduire une situation en langage mathématique**				
4.C20	Traduire un problème à l'aide d'équations ou de fonctions				
4.C21	Traduire un problème à l'aide de configurations géométriques				
4.C22	Schématiser une situation problème				
4.C3	**Utiliser une simulation**				
4.C30	Utiliser un logiciel de simulation				

Représenter

4.D1	**Choisir comment traiter un problème**				
4.D10	Choisir un cadre de résolution (numérique, algébrique ou géométrique)				
4.D2	**Utiliser plusieurs représentations des nombres**				
4.D20	Utiliser plusieurs représentations des nombres				
4.D3	**Représenter des données**				
4.D30	Représenter des données sous forme d'une série statistique				
4.D31	Représenter graphiquement une fonction				
4.D4	**Représenter en géométrie**				
4.D40	Utiliser un schéma à main levée				
4.D41	Utiliser des représentations planaires				
4.D42	Utiliser des représentations spatiales				

Raisonner

4.E1	**Résoudre des problèmes**				
4.E10	Déterminer les connaissances utiles				
4.E2	**Démontrer**				
4.E20	Utiliser un raisonnement logique				
4.E21	Argumenter				

Calculer

4.F1	**Utiliser le calcul numérique**				
4.F10	Connaître et utiliser les règles de calcul				
4.F11	Calculer de manière exacte				
4.F12	Calculer de manière approchée				
4.F13	Utiliser le calcul mental				
4.F14	Utiliser le calcul posé				
4.F15	Utiliser le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel)				
4.F2	**Contrôler la vraisemblance des résultats**				
4.F20	Utiliser les ordres de grandeur				
4.F21	Utiliser des encadrements				
4.F3	**Utiliser le calcul littéral**				
4.F30	Calculer une expression littérale pour des valeurs numériques données				
4.F31	Connaître et utiliser les règles du calcul littéral				

Communiquer

4.G1	**Utiliser le langage mathématique**				
4.G10	Utiliser le vocabulaire spécifique des mathématiques				
4.G11	Utiliser des interprétations graphiques				
4.G12	Utiliser le langage algébrique				
4.G2	**Expliciter une démarche**				
4.G20	Expliciter une démarche à l'oral				
4.G21	Expliciter une démarche à l'écrit				
4.G22	Échanger sur une démarche				

Codes d'évaluation : TI Très insuffisant I Insuffisant F Fragile S Satisfaisant TS Très satisfaisant P Parfait

Ancienneté : Sur la période. Début d'année scolaire. Année scolaire précédente.